

3 (Sem-1/CBCS) ECO HC 2

2022

ECONOMICS

(Honours)

Paper : ECO-HC-1026

(Mathematical Methods in Economics—I)

Full Marks : 80

Time : 3 hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

Answer either in English or in Assamese

1. Answer any *ten* of the following questions as directed : 1×10=10

তলৰ প্রশ্নসমূহৰ যি কোনো দহটাৰ নিৰ্দেশানুসাৰি উত্তৰ দিয়া :

- (a) How many subsets can be formed from a set of n elements?

n -সংখ্যক মৌল থকা এটা সংহতিৰ পৰা কিমানটা উপসংহতি পাব পাৰি?

- (b) Write yes or no :

Is $y = b^x$ an exponential function?

হয় নে নহয় লিখা :

$y = b^x$ এটা সূচকীয় ফলন হয়নে?

(2)

- (c) If $y = f(x) = b$ is a constant, then what will be $\lim_{x \rightarrow M} y$?

যদি $y = f(x) = b$ এটা ধ্রুবক হয়, তেন্তে $\lim_{x \rightarrow M} y$ কি হ'ব?

- (d) State the relationship among average revenue (AR), marginal revenue (MR) and elasticity of demand (ed).

গড় আয় (AR), প্রান্তিক আয় (MR) আৰু চাহিদাৰ স্থিতিস্থাপকতা (ed)ৰ মাজৰ সম্পৰ্কটো লিখা।

- (e) State ordered pair.
ক্রমিত যোৰা কি, লিখা।

- (f) Write true or false :
শুদ্ধ নে অশুদ্ধ লিখা :

$$\phi = \{0\}$$

- (g) What will be the elasticity of demand of the function $D = 10p^{-5}$?

$D = 10p^{-5}$ ফলনটোৰ চাহিদাৰ স্থিতিস্থাপকতা কি হ'ব?

(Continued)

A23/448

(3)

- (h) Find :
নির্ণয় কৰা :

$$\int_1^2 e^x dx$$

- (i) Write true or false :
শুদ্ধ নে অশুদ্ধ লিখা :

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

- (j) Choose the correct option :

Marginal revenue product of labour (MRPL) = _____ $\times$ Marginal physical product of labour (MPPL).

$$[\text{Total revenue (TR)} / \text{Marginal revenue (MR)}]$$

শুদ্ধ বিকল্পটো বাছি লিখা :

শ্রমৰ প্রান্তিক আয় উৎপাদন (MRPL)
= _____ $\times$ শ্রমৰ প্রান্তিক কাৰ্যিক উৎপাদন (MPPL).

$$[\text{সর্বমুঠ আয় (TR)} / \text{প্রান্তিক আয় (MR)}]$$

- (k) Write a power function.
এটা ঘাতাংক ফলন লিখা।

A23/448

(Turn Over)

(4)

(l) Find the value of $3^{\frac{1}{4}} \cdot 3^{\frac{1}{2}}$.

$3^{\frac{1}{4}} \cdot 3^{\frac{1}{2}}$ ৰ মান উলিওৱা।

(m) Write yes or no :

Is $(3 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2})$ an irrational number?

হয় নে নহয় লিখা :

$(3 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2})$ এটা অপৰিমেয় সংখ্যা হয়নে?

(n) Evaluate :

মান নিৰ্ণয় কৰা :

$$\int \frac{1}{x^5} dx$$

(o) Draw a rough sketch of a rectangular hyperbola of the function $xy = c$.

$xy = c$ ফলনৰ আয়তাকাৰ পৰাবৃত্তৰ এটা খুলমূল লেখ অংকন কৰা।

(p) Choose the correct option :

If the net investment $I(t)$ is given, then the time path of capital stock K will be _____.

[differentiation of $I(t)$ / integration of $I(t)$]

(5)

শুদ্ধ বিকল্পটো বাছি লিখা :

যদি শুদ্ধ বিনিয়োগ $I(t)$ দিয়া থাকে, তেন্তে মূলধনী জমা K ৰ গতিপথ হ'ব _____।

[$I(t)$ ৰ অৱকলন / $I(t)$ ৰ সমাকলন]

(q) Given demand function $Q = 500 - 5P$, find out the price to sell 200 units.

চাহিদা ফলন $Q = 500 - 5P$ ৰ পৰা 200 টা গোট বিক্ৰীৰ বাবে দৰ নিৰ্ধাৰণ কৰা।

(r) Obtain the second-order derivative of the function $y = x^2 + 2x$.

$y = x^2 + 2x$ ফলনটোৰ পৰা দ্বিতীয় মাত্ৰাৰ অৱকলজ উলিওৱা।

2. Answer any five of the following questions : 2×5=10

তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ যি কোনো পাঁচটাৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) If the demand curve under perfectly competitive market is given by $P = a$, a constant, show that it has perfectly elastic demand.

যদি পূৰ্ণ প্রতিযোগিতামূলক বজাৰৰ চাহিদা ৰেখা $P = a$, এটা ধ্ৰুৱক হয়, তেন্তে ইয়াৰ চাহিদা সম্পূৰ্ণ স্থিতিস্থাপক বুলি দেখুওৱা।

(6)

- (b) Find the Cartesian product $A \times B$ from the following two sets :

তলত দিয়া সংহতি দুটাৰ পৰা কাৰ্টেছিয়ান পূৰণফল $A \times B$ নিৰ্ণয় কৰা :

$$A = \{a, b\}, B = \{p, q, r\}$$

- (c) Verify :

সত্যাসত্য নিৰূপণ কৰা :

$$C = \int_0^b \frac{c}{b} dx$$

- (d) Why is a constant added in integration of a function?

ফলন এটাৰ সমাকলনৰ বাবে এটা ধ্রুবক কিয় যোগ কৰা হয়?

- (e) Draw a Venn diagram to show $A \cap B$.
 $A \cap B$ দেখুৱাবলৈ এটা ভেন চিত্ৰ অংকন কৰা।

- (f) Define quasi-convex function.

উত্তল-সদৃশ ফলনৰ সংজ্ঞা দিয়া।

- (g) Find the differential of the function $y = 5x^2 + 10x - 8$.

$y = 5x^2 + 10x - 8$ ফলনটোৰ পৰা অৱকল নিৰ্ণয় কৰা।

(7)

- (h) Find $\frac{\partial y}{\partial x_1}$ and $\frac{\partial y}{\partial x_2}$ of the following function :

তলৰ ফলনটোৰ পৰা $\frac{\partial y}{\partial x_1}$ আৰু $\frac{\partial y}{\partial x_2}$ নিৰ্ণয় কৰা :

$$y = x_1^2 + 3x_1x_2 + 5x_2$$

- (i) Evaluate :

নিৰ্ণয় কৰা :

$$\int \ln x dx$$

- (j) If the domain of the function $y = 2 + 5x$ is the set $\{x | 1 \leq x \leq 3\}$, what will its range be?

যদি $y = 2 + 5x$ ফলনটোৰ আদিক্ষেত্ৰ $\{x | 1 \leq x \leq 3\}$ হয়, তেন্তে ইয়াৰ পৰিসৰ কি হ'ব?

3. Answer any four of the following questions :

$$5 \times 4 = 20$$

তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ যি কোনো চাৰিটাৰ উত্তৰ লিখা :

- (a) Given $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$, find—

দিয়া আছে $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$,
নির্ণয় কৰা—

(i) $A \cup B$

(ii) $A \cap B$

(iii) $A' \cap B$

(iv) $(A - B)$

$$1+1+1+2=5$$

(b) Evaluate :

নির্ণয় কৰা :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - \sqrt{1-2x}}{x}$$

(c) If $Q = AK^\alpha L^\beta$ and $\alpha + \beta = 1$, then show that

$$K \frac{\partial Q}{\partial K} + L \frac{\partial Q}{\partial L} = Q$$

যদি $Q = AK^\alpha L^\beta$ হয় আৰু $\alpha + \beta = 1$ হয়, তেন্তে দেখুওৱা যে

$$K \frac{\partial Q}{\partial K} + L \frac{\partial Q}{\partial L} = Q$$

(d) A function is defined as follows :

এটা ফলনৰ সংজ্ঞা তলত দিয়া আছে :

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2, & x < 1 \\ &= 2 \cdot 5, & x = 1 \\ &= x^2 + 2, & x > 1 \end{aligned}$$

Is $f(x)$ continuous at $x = 1$?

ফলন $f(x)$ টো, $x = 1$ বিন্দুত অবিচ্ছিন্ন হয়নে?

(e) Find the total differential dy of the function $y = x_1^2 x_2 - 2x_1^3 + x_2^2$.

$y = x_1^2 x_2 - 2x_1^3 + x_2^2$ ফলনটোৰ সৰ্বমুঠ অৱকল dy নিৰ্ণয় কৰা।

(f) Find the relative extrema of the following function :

তলৰ ফলনটোৰ পৰা আপেক্ষিক চৰম মান উলিওৱা :

$$y = f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x + 8$$

(g) Find four second-order partial derivatives of the following function :

তলত দিয়া ফলনটোৰ পৰা চাৰিটা দ্বিতীয় মাত্ৰাৰ আংশিক অৱকলজ উলিওৱা :

$$y = 2x_1^2 - 3x_1 x_2^3 + x_2$$

(h) Show that the curve

$$y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$$

can have a point of inflexion at $x = -\frac{b}{3a}$.

$$y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx \text{ ৰেখাডালৰ } x = -\frac{b}{3a}$$

বিন্দুত নতি পৰিৱৰ্তন হ'ব পাৰে বুলি দেখুৱাই দিয়া।

4. Answer any four of the following questions :

$$10 \times 4 = 40$$

তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ যি কোনো চাৰিটাৰ উত্তৰ লিখা :

(a) Evaluate :

$$2+2+2+2+2=10$$

নিৰ্ণয় কৰা :

$$(i) \frac{d}{dx}(2+3x)^5$$

$$(ii) \frac{d}{dx}\left(5 \log x + 10e^{3x} - \frac{1}{x} + \frac{2}{7}x^{-2}\right)$$

$$(iii) \int x e^x dx$$

$$(iv) \frac{d}{dx}[(2x^3 + 2)x^{-1}]$$

$$(v) \int_{-1}^3 (2x^2 + 5)dx$$

(b) Given the price equation

$$P = 1000 - 20Q, \text{ find the following :}$$

$$2+2+2+3+1=10$$

$P = 1000 - 20Q$ দৰ সমীকৰণটোৰ পৰা তলত দিয়াবোৰ নিৰ্ণয় কৰা :

(i) Marginal revenue (MR)

প্ৰান্তিক আয় (MR)

(ii) Slope of average revenue (AR)

গড় আয় (AR)ৰ নতি

(iii) Slope of MR

প্ৰান্তিক আয় (MR)ৰ নতি

(iv) Elasticity of demand when $Q = 10$

$Q = 10$ হ'লে চাহিদাৰ স্থিতিস্থাপকতা

(v) Nature of the commodity

সামগ্ৰীটোৰ প্ৰকৃতি

(c) State and prove the quotient rule of differentiation. Establish the relationship between average cost (AC) and marginal cost (MC) using the product rule of differentiation.

$$5+5=10$$

অৱকলনৰ হৰণৰ বিধিটো ব্যাখ্যা কৰা আৰু প্ৰমাণ কৰা।

অৱকলনৰ পূৰণৰ বিধিটো প্ৰয়োগ কৰি গড় ব্যয় (AC)

আৰু প্ৰান্তিক ব্যয় (MC)ৰ মাজৰ সম্পৰ্ক স্থাপন কৰা।

(12)

- (d) Find $\frac{dy}{dx}$ of the function $y = 10x^2 + 5$ using the definition of derivative.

অৱকলজৰ সংজ্ঞা প্ৰয়োগ কৰি $y = 10x^2 + 5$

ফলনটোৰ $\frac{dy}{dx}$ উলিওৱা।

- (e) A steel plant produces x tons of steel per week at total cost of

$$= \left(\frac{1}{3}x^3 - 5x^2 + 99x + 35 \right)$$

Find the output level at which the marginal cost attains its minimum.

এটা ষ্টিল কাৰখানাই সৰ্বমুঠ

$$\left(\frac{1}{3}x^3 - 5x^2 + 99x + 35 \right) \text{ টকাৰ}$$

ব্যয়ত প্ৰতি সপ্তাহত x টন ষ্টিল উৎপাদন কৰে। প্ৰান্তিক ব্যয় সৰ্বনিম্ন হোৱাৰ উৎপাদনৰ পৰিমাণ নিৰ্ণয় কৰা।

- (f) A monopolist's average revenue (AR) and total cost (TC) functions are given by

$$AR = 16 - 2Q$$

$$TC = 20 + 4Q - Q^2$$

(13)

এগৰাকী একচেটিয়া বিক্ৰেতাৰ গড় আয় (AR) আৰু মুঠ ব্যয় (TC) ফলনবোৰ দিয়া আছে ক্ৰমান্বয়ে

$$AR = 16 - 2Q$$

$$TC = 20 + 4Q - Q^2$$

Find—

নিৰ্ণয় কৰা—

- (i) profit maximising output;

সৰ্বোচ্চ লাভ অৰ্জনকাৰী দ্ৰব্যৰ উৎপাদনৰ পৰিমাণ;

- (ii) equilibrium price;

ভাৰসাম্য দৰ;

- (iii) maximum profit.

$$6+2+2=10$$

সৰ্বোচ্চ লাভ।

- (g) The production function of a commodity is given by

$$Q = 40L + 3L^2 - \frac{L^3}{3}$$

where Q is the total output and L is the labour input.

এটা সামগ্ৰীৰ উৎপাদন ফলন দিয়া হৈছে যে

$$Q = 40L + 3L^2 - \frac{L^3}{3}$$

য'ত Q হৈছে মুঠ উৎপাদন আৰু L হৈছে শ্রমৰ উপাদান।

- (i) Find the number of units of labour required to produce the maximum output.

সৰ্বোচ্চ উৎপাদনৰ বাবে কিমান শ্রমৰ গোটৰ প্ৰয়োজন হ'ব, উলিওৱা।

- (ii) Find the maximum value of the marginal product of labour.

শ্রমৰ প্ৰান্তিক উৎপাদনৰ সৰ্বোচ্চ মান উলিওৱা।

- (iii) Verify that when average product of labour (APL) is maximum, it is equal to marginal product of labour (MPL). $4+3+3=10$

শ্রমৰ গড় উৎপাদন (APL) সৰ্বোচ্চ হ'লে ই শ্রমৰ প্ৰান্তিক উৎপাদন (MPL)ৰ সমান হয় বুলি প্ৰতিপন্ন কৰা।

- (h) Obtain the consumer's surplus and producer's surplus, given the demand function $Q_d = 50 - 2P$, $Q_s = -10 + 2P$ and price, $P = 20$.

যদি চাহিদা ফলন $Q_d = 50 - 2P$, $Q_s = -10 + 2P$ হয় আৰু দৰ $P = 20$ দিয়া থাকে, তেন্তে উপভোক্তাৰ বাহি আৰু উৎপাদকৰ বাহি নিৰ্ণয় কৰা।

- (i) Give the geometric interpretation of definite integrals. Find the consumption function $C(Y)$, given marginal propensity to consume (MPC), $C'(Y) = 0.8 + 0.1Y^{-\frac{1}{2}}$ and the information that $C = Y$ when $Y = 100$. $5+5=10$

সীমিত অনুকলনৰ জ্যামিতিক ব্যাখ্যা আগবঢ়োৱা।
যদি ভোগব্যয়ৰ প্ৰান্তিক প্ৰৱণতা (MPC),

$C'(Y) = 0.8 + 0.1Y^{-\frac{1}{2}}$ হয় আৰু যদি $Y = 100$ হ'লে $C = Y$ হয়, তেন্তে ভোগব্যয় ফলন $C(Y)$ উলিওৱা।
